Közgazdász Fórum
Forum on Economics and Business
15 (1), 3–24.
2012/1

Behavioural patterns in retirement systems

ÁGOSTON REGULY

This article deals with the retirement systems from the perspective of behavioural economics. In the first part we describe two models of pension systems, in which we can observe the behaviour of different generations, including the impact of the behaviour on consumption, taking into account possible demographic changes. With the aid of our behavioural patterns one can do modelling of altruist, selfish and rational behaviour as well as sustainable development.

Keywords: pension system, behavioural economics, OLG model, sustainability, rationality, altruism

JEL codes: H30, H55, J32

Kiadó: Romániai Magyar Közgazdász Társaság és a Babeș–Bolyai Tudományegyetem Közgazdaság- és Gazdálkodástudományi Karának Magyar Intézete
ISSN: 1582-1986 www.econ.ubbcluj.ro/kozgazdaszforum

Viselkedési minták a nyugdíjrendszerekben – I. rész[1]

REGULY ÁGOSTON[2]

A dolgozat a nyugdíjrendszereket a viselkedés-közgazdaságtan szemszögéből vizsgálja meg, és ennek megfelelően von le következtetéseket.

A tanulmány első része az együtt élő nemzedékek modelljének felhasználásával a nyugdíjrendszerek két olyan főbb modelljét írja le, amelyekben lehetőség nyílik a különböző generációk viselkedésének a modellezésére. Kezeljük a generációk viselkedésének hatását a következő generáció fogyasztására nézve, figyelembe véve a népesség esetleges változását. Olyan viselkedési mintákat vezetünk be, amelyekkel modellezhető az altruista, az önző és a racionális viselkedés, valamint a fenntartható fejlődés. Az elkészült modellek alkalmasak arra, hogy különböző viselkedési minták hatásait hosszú távon elemezhessük a nyugdíjrendszerek tekintetében.

Kulcsszavak: nyugdíjrendszer, viselkedés-közgazdaságtan, OLG modell, fenntarthatóság, racionalitás, altruizmus.

JEL kódok: H30, H55, J32

Diamond 1965-ben megalkotta azt az Overlapping-generation (OLG) modell matematikai hátterét, ahol különböző korú gazdasági szereplők fogyasztásai, kölcsönei határozzák meg a hasznosságuk maximalizálását. Diamond belevonta modelljébe a tőkejavakat is (Diamond 1965). A nyugdíjrendszer típusú modellek megalkotásánál alapul vettem az OLG rendszert. Modellemben a vállalati szektort elhagytam, és így jóval egyszerűbb modellt kaptam, mint a diamondi rendszer. A gazdasági szereplők döntéseinek alapjául az intertemporális döntések szolgálnak a dolgozatban (Varian 2005. 190–210). A következő fejezetben a modelleket építem fel, amelyekkel különböző hasznosságokat, viselkedéseket és azoknak a következményeit lehet modellezni. Két alapmo-

[1] Szeretnék külön köszönetet mondani Dr. Meyer Dietmarnak a sok hasznos tanácsért, segítségért és a hosszú konzultációkért, valamint Hevér Boglárkának, aki lehetővé tette, hogy a dolgozat megfoganjon.

[2] Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem; email: regulyagoston@gmail.com.

dellt állítok fel – a tőkésített rendszert, amely befizetéssel meghatározott (Fully Funden=FF és Defined Contribution=DC) és a felosztó-kirovó rendszert, amely szolgáltatással meghatározott (Pay As You Go=PAYG és Defined Benefit=DB) –, közös alapjaikat, kiinduló feltételeiket az alábbiakban fogalmazom meg.

1. Alapfeltételek az alapmodellekben

A társadalom időszakait periódusokra bontjuk.

1. táblázat. Periódusok és a generációk összefüggése

	1. periódus	2. periódus	3. periódus	…	t+1.-edik periódus
Fiatalkor	1. generáció	2. generáció	3. generáció	…	t+1 generáció
Munkaképes kor		1. generáció	2. generáció	…	t. generáció
Nyugdíjaskor			1. generáció	…	t–1 generáció

Az első periódusban egy fiatal, nem dolgozó réteg van jelen. A második periódusban két generáció van jelen, egy munkaképes réteg (akik az előző periódusban már jelen voltak) és egy fiatal, nem dolgozó réteg. A harmadik periódusban pedig a második periódusban még munkaképes réteg öregszik meg és lesz nyugdíjas, a fiatal nem dolgozók elkezdenek dolgozni, és megjelenik egy harmadik fiatal generáció. Minden generáció pontosan három periódust él meg. Egy adott generáció nagysága az egymást követő periódusokban változatlan (vagyis elméletben feltesszük, hogy nincsen korai elhalálozás), de a különböző generációk nagysága eltérő lehet egymáshoz képest, vagyis a népesség növekedhet vagy csökkenhet generációnként. A népesség változását százalékban értelmezzük. Ha a második generáció nagysága kisebb, mint az elsőé, akkor ez a szám negatív, ha nagyobb, akkor pozitív. A népességváltozás jele: n_t ahol t a t.-edik generációt jelöli. Továbbá feltesszük, hogy a generációk jövedelme exogén minden itt szereplő modellben.

2. Egygenerációs rendszerek

Először azt az esetet vizsgáljuk meg, amikor a generációk a hasznossági görbéiket csak a saját életük alapján határozzák meg, vagyis a hasznossági függvényükben, a saját fogyasztásuk található meg változóként, a periódusonkénti fogyasztások *a, b* és *d* hatványon szerepelnek. Tegyük fel emellett a következő feltételt a hatványkitevőkre:

$$a + b + d = 1 \tag{0.1}$$

Ebben az esetben kiszámítjuk, mekkora fogyasztás mellett fognak a generációk maximális hasznossághoz jutni a különböző modellekben.

2.1. Tőkésített alapmodell, egygenerációs hasznossággal

A tőkésített alapmodell alatt egy DC rendszerű, magánnyugdíjpénztár vagy állami kezelésű nyugdíjjárulékot használó rendszert értünk a továbbiakban, egészen addig, ameddig ezt a feltételt nem kell módosítani (Veress 2007. 139. 147–148).

Az első generáció az első periódusban hitelt vesz fel (s^0), és ebből a hitelből finanszírozza a fogyasztását ($c_0^{\,1}$).

$$s^0 = c_0^{\,1} \tag{1.1}$$

A második periódusban már aktív dolgozó. A megszerzett jövedelmét (w) fogyasztásra ($c_1^{\,1}$), törlesztésre (s^0) és megtakarításra (s^1) allokálja. A megtakarításait hitelre kihelyezi (s^1) még a második periódusban a második generáció számára.

$$w = c_1^{\,1} + s^1 + s^0 \tag{1.2}$$

A második generáció (fiatal korban) a második periódusban akkora mennyiséget fog elfogyasztani ($c_0^{\,2}$), amekkora az előző generáció megtakarításai (s^1), osztva az előző generációhoz viszonyított népességváltozásával.

$$\frac{s^1}{(1 + n_2)} = c_0^{\,2} \tag{1.3}$$

A harmadik periódusban az első generáció, mint nyugdíjas, ebből a visszafizetett hitelből (s^1) fogja finanszírozni a fogyasztását ($c_2^{\,1}$). Feltesszük továbbá, hogy az egyén mindent elfogyaszt, vagyis nem hagy hagyatékot, a hitelek visszafizetése nem tartalmaz kamatot és minden esetben teljesített. Az első generáció nyugdíjas fogyasztása egyenlő lesz a második generáció által visszafizetett hitellel (s^1), amely pedig pontosan akkora, mint az első generáció második periódusban lévő megtakarításai.

$$s^1 = c_2^{\ 1} \tag{1.4}$$

A második generáció munkaképes fogyasztása ($c_1^{\ 2}$) hasonló az első generációéhoz. A második generáció a megtakarításait hitelezi a harmadik generáció számára.

$$w = c_1^{\ 2} + s^2 + s^1 \tag{1.5}$$

Megjelenik a harmadik periódusban a harmadik generáció, mint fiatal, és fogyasztása hasonló a második generáció fiatalkori fogyasztásához.

$$s^2 = c_0^{\ 3}(1 + n_3) \tag{1.6}$$

A negyedik periódusban csak a második generáció nyugdíjas fogyasztását nézzük meg. A fogyasztás nagysága pontosan akkora lesz, mint a második generáció hitelezésének nagysága, és amelyet a harmadik generáció visszafizet.

$$s_2 = c_2^{\ 2} \tag{1.7}$$

A harmadik generációval most nem foglalkozunk, viszont szükséges volt a létezésük feltételezése ahhoz, hogy a második generáció fogyasztási láncát megkapjuk.

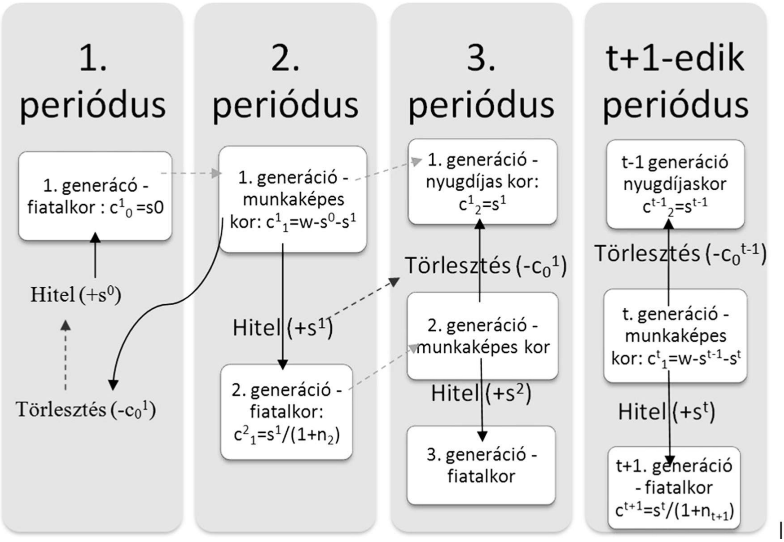
Az első generáció hasznossági függvényét a következőképp írhatjuk fel. Mivel három periódusra terjed ki a hasznossága, és nem veszi figyelembe a második generációt, a hasznossági függvénye csak $c_0^{\ 1}$-et és $c_0^{\ 2}$-t és $c_0^{\ 3}$-t fogja változóként venni. Tegyük fel, hogy jól viselkedő közömbösségi görbéi vannak az első generációnak, továbbá még Cobb-Douglas típusú is.

$$Y\,(c_0^{\ 1}, c_1^{\ 1}, c_2^{\ 1}) = c_0^{\ 1^a} c_1^{\ 1^b} c_2^{\ 1^d} \tag{1.8}$$

A költségvetési egyenest felírhatjuk (1.1) és (1.2) és (1.4) egyenletek alapján:

$$0 = c_0^{\ 1} + c_1^{\ 1} + c_2^{\ 1} - w \tag{1.9}$$

A hasznosság maximális lesz, ha



1. ábra: A tőkésített rendszer felépítése

$$w = c_0^{\ 1}\ \frac{a+b+d}{a} = c_1^{\ 1}\ \frac{a+b+d}{b} = c_2^{\ 1}\ \frac{a+b+d}{d} \qquad (1.10)$$

(Levezetést lásd: Függelék: A.)

Mivel a második generáció hasznosság maximuma hasonló az első generáció hasznosság maximumához, csak a hatványkitevők cserélődtek ki (*a* helyett *e*-t és *b* helyett *f*-et és *d* helyett g-t használtunk a generációk hasznosságának függetlensége érdekében), a következőt kapjuk:

$$w = c_0^{\ 2}\ \frac{e+f+g}{e} = c_1^{\ 2}\ \frac{e+f+g}{f} = c_2^{\ 2}\ \frac{e+f+g}{g} \qquad (1.11)$$

Könnyedén beláthatjuk, hogy a modell végteleníthető, a periódusok és a generációk számát végtelennek vesszük. Minden generáció három periódust él meg. A jelölés, ha a jövedelmet állandónak vesszük, a következő: $x_z^{\ t}$ ahol x jelölhet fogyasztást, illetve megtakarítást (hitelt), t a generáció számát és z a *t*-edik generáció periódusát jelöli. Látható, hogy a $z \in \{1, 2, 3\}$, míg a $t \in N \cup \{0\}$.

2.2. Felosztó-kirovó alapmodell, egygenerációs hasznossággal

A felosztó-kirovó rendszer alatt alapvetően egy állami vagy magánnyugdíjpénztári működtetésű, DB rendszerű nyugdíjat értünk (Veress 2007. 141–147).

Az első generáció az első periódusban a kapott pénzjuttatást egy fiktív nulladik generációtól a fiatalkori még nem dolgozó fogyasztására költi.

$$\gamma_0 w = c_0^{\ 1} \tag{2.1}$$

A második periódusban egy bizonyos τ_1 és γ_1 százalékát befizeti a jövedelmének. Az első (τ_1) járulékból a képzeletbeli nulladik generáció nyugdíját fizeti ($c_2^{\ 0}$).

$$\tau_1 w = c_2^{\ 0} \tag{2.2}$$

Második (γ_1) járulékból pedig a következő generáció fiatalkori fogyasztását ($c_0^{\ 2}$) fizeti ki. A második periódusban a második generáció népességváltozását (n_2) figyelembe kell venni a második generáció összes fiatalkori fogyasztásánál.

$$\gamma_1 w\,(1 + n_2) = c_0^{\ 2} \tag{2.3}$$

Maradék jövedelmét az első generáció pedig elfogyasztja ($c_1^{\ 2}$).

$$(1 - \tau_1 - \gamma_1)\, w = c_1^{\ 1} \tag{2.4}$$

A harmadik periódusban a második generáció hasonlóan befizeti a jövedelmének τ_2-ed részét, amely fedezi az első generáció nyugdíjas fogyasztását ($c_2^{\ 1}$).

$$\tau_2 w\,(1 + n_2) = c_2^{\ 1} \tag{2.5}$$

A jövedelmének egy γ_2-ed részét, amellyel a szükségesen feltételezni kívánt harmadik generáció fiatal, nem dolgozókori fogyasztását fedezi ($c_0^{\ 3}$).

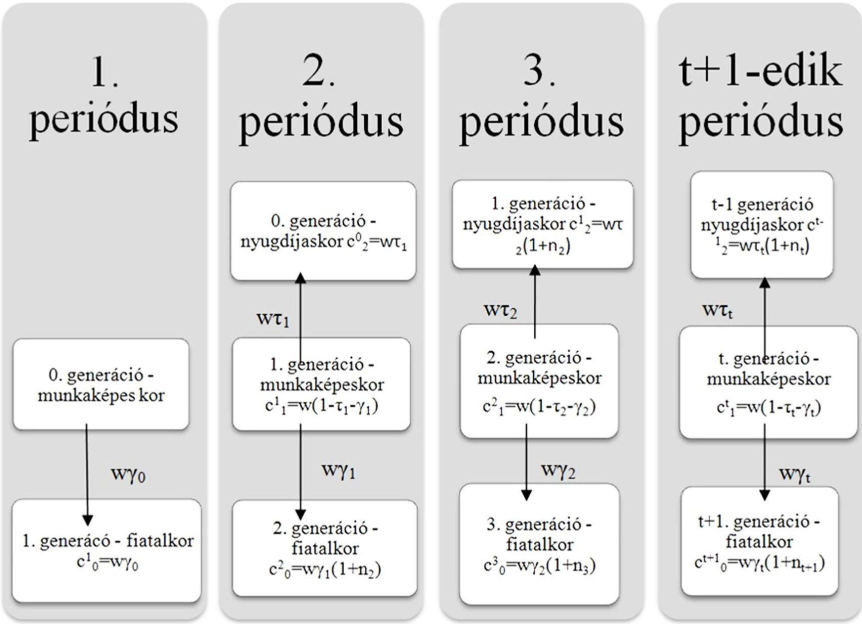
$$\gamma_2 w\,(1 + n_3) = c_0^{\ 3} \tag{2.6}$$

Szintén a harmadik periódusban a második generáció megmaradt jövedelmét teljesen elfogyasztja ($c_1^{\ 2}$).

$$(1 - \tau_2 - \gamma_2)\, w = c_1^{\ 2} \tag{2.7}$$

A negyedik periódusban pedig a harmadik generáció fogja befizetni a τ_3-ad részét a jövedelmének, amit a második generáció nyugdíjasként elfogyaszt (c_4). A negyedik periódusban már csak a második generációt érintő függvényt írtam fel.

$$\tau_3 w\,(1 + n_3) = c_2^{\,2} \tag{2.8}$$



2. ábra: A felosztó-kirovó rendszer felépítése

Írjuk itt is fel az első generáció hasznossági görbéjét! Ahogyan a tőkésített alapmodellnél is feltettük, az első generáció hasznossága csak a saját fogyasztásától fog függeni, itt is feltesszük, hogy jól viselkedő közömbösségi görbéi vannak az első generációnak, továbbá még azt is, hogy a hasznossági függvénye Cobb-Douglas típusú.

$$Y\,(c_0^{\,1}, c_1^{\,1}, c_2^{\,1}) = c_0^{\,1^a} c_1^{\,1^b} c_2^{\,1^d} \tag{2.9}$$

Költségvetési egyenesek:

$$0 = c_0^{\,1} - \gamma_0 w$$

$$0 = c_1^{\ 1} - (1 - \tau_1 - \gamma_1)w$$

$$0 = c_2^{\ 1} - \tau_2 w(1 + n_2)$$

Feltesszük, hogy az első generáció várakozásai a második generáció által befizetett összegről tökéletesek, vagyis $\tau_1^{\ exp} = \tau_1$, így a harmadik periódusban elfogyasztható jövedelem nagyságát is tudja, illetve a fiatalkori juttatásait is tudja (γ_0, γ_1). Továbbá tegyük fel, hogy a népesség változás nagyságát is pontosan ismeri $(n_2^{\ exp} = n_2)$. Ekkor a három költségvetési egyenest adjuk össze. (Valóságban látnunk kell, hogy a különböző periódusokban felhasznált jövedelem nagysága nem függ az adott generációtól, vagyis mindegyik periódusban egy adott juttatást/jövedelmet kap, amelyet teljesen elfogyaszt. Így nincsen meg a szabad elosztás feltétele.) A kapott költségvetési egyenes, amellyel számolhatunk:

$$0 = c_0^{\ 1} + c_1^{\ 1} + c_2^{\ 1} - w\,(\gamma_0 + (1 - \tau_1 - \gamma_1) + \tau_2(1 + n_2)) \qquad (2.10)$$

A hasznosság maximális lesz, ha

$$w = c_0^{\ 1}\,\frac{a + b + d}{a\,(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1 + n_2))} =$$

$$= c_1^{\ 1}\,\frac{a + b + d}{b\,(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1 + n_2))} = \qquad (2.11)$$

$$= c_2^{\ 1}\,\frac{a + b + d}{d\,(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1 + n_2))}$$

(Levezetést lásd Függelék B.)

A hasznosság foka tehát függ az első generáció által befizetett járulékok nagyságától, a népesség növekedésétől vagy csökkenésétől és a második generáció által befizetett járulék nagyságától és a nulladik generáció által befizetett járulék nagyságától, valamint megtalálhatjuk, hogy a hatványkitevők megmutatják, milyen a fogyasztásfelosztás a periódusok között.

Ahogyan a tőkésített rendszernél is elvégeztem a modell „végtelenítését", ez itt is elvégezhető. Ha a jövedelmet állandónak vesszük: c^{t}_{z}, ahol c a fogyasztást, t a generáció számát és z a *t*-edik generáció periódusát jelöli. Látható, hogy a $z \in \{1, 2, 3\}$, míg a $t \in N^{+}$. Járulékkulcsok jelölése a végtelenben pedig: y_k, ahol $y \in \{\gamma,\tau\}$és k pedig a t-edik generációtól juttatott transzfert jelöli.

3. Kétgenerációs rendszerek

A fenti modelleket továbbfejlesztettem annak érdekében, hogy a generációk hasznossága már ne csak a saját fogyasztásuk nagyságától, hanem a következő generáció fogyasztásának a nagyságától is függjön. A későbbi viselkedési vizsgálatok miatt a hasznossági függvényeken a fogyasztások különböző hatványokon lesznek, ezeknek a jelei: *a, b, d, e, f és g,* emellett az összegük legyen egyenlő eggyel.

3.1. Tőkésített modell, kétgenerációs hasznossággal

A tőkésített modell kétgenerációs hasznossággal ugyanarra az alapfeltevésekre épül, mint egygenerációs hasznossággal, a különbség csak a jövedelem másfajta elosztása lesz. Most a népesség változásának tudatában lévő első generáció a kétgenerációs hasznosságának megállapításakor figyelembe tudja venni a népesség változását. (Itt is feltételeztük, hogy $n^{exp} = n$.) Nézzük meg ezek után az első generáció hasznossági függvényét.

$$Y\left(c_0^{\,1}, c_1^{\,1}, c_2^{\,1}, c_0^{\,2}, c_1^{\,2}, c_2^{\,2}\right) = {c_0^{\,1}}^{a} {c_1^{\,1}}^{b} {c_2^{\,1}}^{d} {c_0^{\,2}}^{e} {c_1^{\,2}}^{f} {c_2^{\,2}}^{g} \tag{3.1}$$

A költségvetési egyenesek (1.8) és az (1.3) (1.5) és (1.7) egyenlet alapján:

$$0 = c_0^{\,1} + c_1^{\,1} + c_2^{\,1} - w \tag{1.8}$$

$$0 = \frac{c_0^{\,2}}{1 + n_2} + c_1^{\,2} + c_2^{\,2} - w \tag{3.2}$$

A kétgenerációs hasznossági függvénynek (3.1) maximuma a következő „c" értékekre teljesül:

$$w = c_0^{\,1}\,\frac{a + b + d}{a} = c_1^{\,1}\,\frac{a + b + d}{b} = c_2^{\,1}\,\frac{a + b + d}{d} =$$

$$= c_0^{\,2}\ \frac{e + f(1+n_2)^2 + g(1+n_2)^2}{e\,(1+n_2)^2} = c_1^{\,2}\ \frac{e + f(1+n_2)^2 + g(1+n_2)^2}{f\,(1+n_2)^2} =$$

$$= c_2^{\,2}\ \frac{e + f(1+n_2)^2 + g(1+n_2)^2}{g\,(1+n_2)^2} \qquad (3.3)$$

(Levezetés lásd: Függelék C.)

3.2. Felosztó-kirovó modell, kétgenerációs hasznossággal

A felosztó-kirovó modell kétgenerációs hasznossággal ugyanarra a modellre épül fel, mint a felosztó-kirovó egygenerációs hasznosságú modell, a különbség az előzőhöz hasonlóan itt is csupán a jövedelem másfajta elosztását fogja okozni a megváltoztatott hasznossági függvény miatt. A kétgenerációs hasznosságú tőkésített modellhez hasonló hasznossági függvény a következőképp néz ki:

$$Y\,(c_0^{\,1}, c_1^{\,1}, c_2^{\,1}, c_0^{\,2}, c_1^{\,2}, c_2^{\,2}) = c_0^{\,1^a} c_1^{\,1^b} c_2^{\,1^d} c_0^{\,2^e} c_1^{\,2^f} c_2^{\,2^g} \qquad (4.1)$$

Az első generáció hasznossága tisztán az első és a második generáció fogyasztásaitól függ. A költségvetési egyenesek az első generációnak:

$$0 = c_0^{\,1} + c_1^{\,1} + c_2^{\,1} - w\,(\gamma_0 + (1 - \tau_1 - \gamma_1) + \tau_2(1 + n_2)) \qquad (2.10)$$

Második generációnak:

$$0 = c_0^{\,2} + c_1^{\,2} + c_2^{\,2} - w\,(\gamma_1\,(1 + n_2) - (1 - \tau_2 - \gamma_2) + \tau_3(1 + n_3)) \qquad (4.2)$$

Hasonló probléma áll fenn itt is, mint a felosztó-kirovó alapmodellnél. Állapítsuk meg újra a feltételeket. A generációk tudják a következő generációk jövőbeni folyó finanszírozását, illetve a népesség változása is előre kiszámítható.

A kétgenerációs hasznossági függvény (4.1) maximuma a következő „c” értékekre teljesül:

$$w = c_0^{\,1}\ \frac{a + b + d}{a\,(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1 + n_2))} = \qquad (4.3)$$

$$= c_1^1 \frac{a + b + d}{b\,(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1 + n_2))} =$$

$$= c_2^1 \frac{a + b + d}{d\,(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1 + n_2))} =$$

$$= c_0^2 \frac{e + f + g}{e\,(\gamma_1\,(1 + n_2) - (1 - \tau_2 - \gamma_2) - \tau_3(1 + n_3))} =$$

$$= c_1^2 \frac{e + f + g}{f\,(\gamma_1\,(1 + n_2) - (1 - \tau_2 - \gamma_2) - \tau_3(1 + n_3))} =$$

$$= c_2^2 \frac{e + f + g}{g\,(\gamma_1\,(1 + n_2) - (1 - \tau_2 - \gamma_2) - \tau_3(1 + n_3))}$$

(Levezetés lásd: Függelék D.)

A modell szerinti felosztás önkényes – a modell túlzott bonyolultságának elkerülése végett –, hiszen az egyes generációk a különböző periódusokban egy meghatározott összeget kapnak, amelyet nem csoportosíthatnak át a következő periódusukra, így fogyasztásaik meghatározottak.

4. Viselkedési minták egygenerációs hasznossági függvények esetén

Tekintsük meg az egygenerációs hasznossági függvényű modellekben kívánatos viselkedést. Az egygenerációs hasznosságú modellekben kétfajta viselkedést különböztethetünk meg:

- racionális,
- nem racionális.

Racionálisnak tekintjük a generációkat, ha a hasznosságukat maximalizálják. Nem racionális az összes többi, amikor a haszonmaximalizálástól eltérnek (direkt nem az irracionális szót használom [Airely 2008, 2009]). Az egygenerációs modellben a nem racionális esetet nincs értelme vizsgálni, mivel nem algoritmizálható mint logikus alternatíva. A fejezetben megkeressük, hogy az egygenerációs hasznosságú modellek milyen *a, b* és *d* hatványkitevőre racionálisak. Majd az itt megkapott értékeket behelyettesítve a kétgenerációs hasznossági függvény maximumába, megvizsgáljuk, hogy mekkora eltérést kapunk.

4.1. A racionális viselkedési minta a tőkésített modellben egygenerációs hasznossággal

Az első generáció hasznosság maximumának feltétele:

$$w = {c_0}^1 \frac{a+b+d}{a} = {c_1}^1 \frac{a+b+d}{b} = {c_2}^1 \frac{a+b+d}{d} \tag{1.10}$$

A feltételrendszer teljesül, ha:

$$ {c_0}^1 \frac{1}{a} = {c_1}^1 \frac{1}{b} = {c_2}^1 \frac{1}{d} \tag{6.1}$$

és az egygenerációs rendszerekben megemlített feltételt is teljesítjük:

$$a + b + d = 1 \tag{0.1}$$

A fentiek segítségével fogjuk a következő tanulmányban kiszámolni a kívánt fogyasztásokat.

4.2. A racionális viselkedési minta a felosztó-kirovó modellben egygenerációs hasznossággal

Az egygenerációs hasznosságú felosztó-kirovó alapmodellben a hasznossági maximum feltétele:

$$w = {c_0}^1 \frac{a+b+d}{a\left(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1+n_2)\right)} =$$

$$= {c_1}^1 \frac{a+b+d}{b\left(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1+n_2)\right)} =$$

$$= {c_2}^1 \frac{a+b+d}{d\left(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1+n_2)\right)} \tag{2.11}$$

A feltétel az alábbi két egyenlettel teljesül:

$$ {c_0}^1 \frac{1}{a} = {c_1}^1 \frac{1}{b} = {c_2}^1 \frac{1}{d} \tag{7.1}$$

$$a + b + d = 1 \tag{0.1}$$

Ezen egyenletek segítségével kiszámíthatjuk a különböző fogyasztásokat. Láthatjuk, hogy mind a két modellben, ha a generációk elköltik az összes jövedelmüket, a periódusok szerinti allokálástól függetlenül, mindig hasznossági maximumban lesznek.

5. Viselkedési minták kétgenerációs hasznossági függvények esetén

A továbbiakban vizsgálni fogjuk a második generáció fogyasztását az első generáció viselkedésétől függően. A kétgenerációs modellek bemutatásánál utaltunk a hatványkitevők szerepére. A viselkedések fajtáit a hatványkitevőkön keresztül modellezzük.

A generációk saját és a következő generációk fogyasztását súlyozzák saját hasznossági függvényükben. Így a súlyozásuk (a, b, d, e, f, g) összege kiadja az 1-et. A viselkedési minták különbözőségét úgy modellezzük, hogy az első generáció különböző módon osztja el ezt az 1 egységet a hatványkitevők között.

$$a + b + d + e + f + g = 1 \tag{8.0}$$

Az első generáció azzal, hogy viselkedési mintát választ, meghatározza a saját fiatalkori, munkaképes, illetve nyugdíjas fogyasztását. Három viselkedési mintát definiáltam:

1. önző,
2. fenntartható,
3. altruista.

Az „önző” az, aki a saját maga fogyasztását jobban preferálja, mint a későbbi generáció fogyasztásának nagyságát.

$$c_0^{\,1} + c_1^{\,1} + c_2^{\,1} > c_0^{\,2} + c_1^{\,2} + c_2^{\,2} \tag{8.1}$$

A „fenntartható” elnevezésű viselkedés alatt megjelenik a fenntartható fejlődés motívuma (Szlávik 2007). Az első generáció a fogyasztását úgy állapítja meg, hogy a második generáció fogyasztása ugyanakkora legyen, mint a sajátja:

$$c_0^{\,1} + c_1^{\,1} + c_2^{\,1} = c_0^{\,2} + c_1^{\,2} + c_2^{\,2} \tag{8.2}$$

„Altruista” viselkedés az, ha az első generáció saját maga fogyasztását úgy allokálja, hogy a következő generáció fogyasztása nagyobb legyen:

$$c_0^{\ 1} + c_1^{\ 1} + c_2^{\ 1} < c_0^{\ 2} + c_1^{\ 2} + c_2^{\ 2} \tag{8.3}$$

Ezen modellt vizsgálva megállapíthatjuk, hogy a korábban vizsgált egygenerációs hasznossági függvények – a vizsgált racionális viselkedés mellett – egy önző viselkedésnek felelnek meg, hiszen a hasznossági függvényeikben nem szerepel a második generációnak a fogyasztása.

5.1. Viselkedési minták a tőkésített modellben kétgenerációs hasznossággal

Használjuk fel a hasznossági maximumra kapott egyenletrendszert (3.3):

Fenntartható viselkedés

Az első generáció összes fogyasztása egyenlő a második generáció fogyasztásával (8.2):

$$w\,\frac{a}{a+b+d} + w\,\frac{b}{a+b+d} + w\,\frac{d}{a+b+d} =$$

$$= w\,\frac{e(1+n_2)}{e + f\,(1+n_2)^2 + g(1+n_2)^2} + w\,\frac{f(1+n_2)^2}{e + f\,(1+n_2)^2 + g(1+n_2)^2} +$$

$$+ w\,\frac{g(1+n_2)^2}{e + f\,(1+n_2)^2 + g(1+n_2)^2} \tag{9.1}$$

Ekkor:

$$1 = \frac{(1+n_2)(e + (f+g)(1+n_2))}{e + (f+g)\,(1+n_2)^2} \tag{9.3}$$

Önző viselkedés

Az önző viselkedés esetén a fenti egyenletek helyett egyenlőtlenséget kell írni. A (8.2) egyenlet helyett a (8.1) egyenlőtlenséget használom. Ekkor az eredmény a következőképp módosul:

$$1 > \frac{(1+n_2)(e+(f+g)(1+n_2))}{e+(f+g)\,(1+n_2)^2} \tag{9.4}$$

Altruista viselkedés

Az altruista viselkedés esetén a fenti (8.2) egyenlet helyett a (8.3) egyenlőtlenséget használhatom:

$$1 < \frac{(1+n_2)(e+(f+g)(1+n_2))}{e+(f+g)\,(1+n_2)^2} \tag{9.5}$$

Emellett teljesülnie kell a (8.0) egyenletnek is, mindegyik viselkedésnél.

5.2. Viselkedési minták a felosztó-kirovó modellben kétgenerációs hasznossággal

A hasznossági maximumra kapott egyenletrendszer felhasználásával a felosztó-kirovó modellben (4.3) a különböző viselkedési minták a következőek:

Fenntartható viselkedés

Az első generáció fogyasztása most is legyen egyenlő a második generáció fogyasztásával, valamint itt is tegyük fel a (9.2) egyenletet:

$$\frac{a\,(\gamma_0+1-\tau_1-\gamma_1+\tau_2(1+n_2))}{a+b+d} + \frac{b\,(\gamma_0+1-\tau_1-\gamma_1+\tau_2(1+n_2))}{a+b+d} +$$

$$+ \frac{d\,(\gamma_0+1-\tau_1-\gamma_1+\tau_2(1+n_2))}{a+b+d} =$$

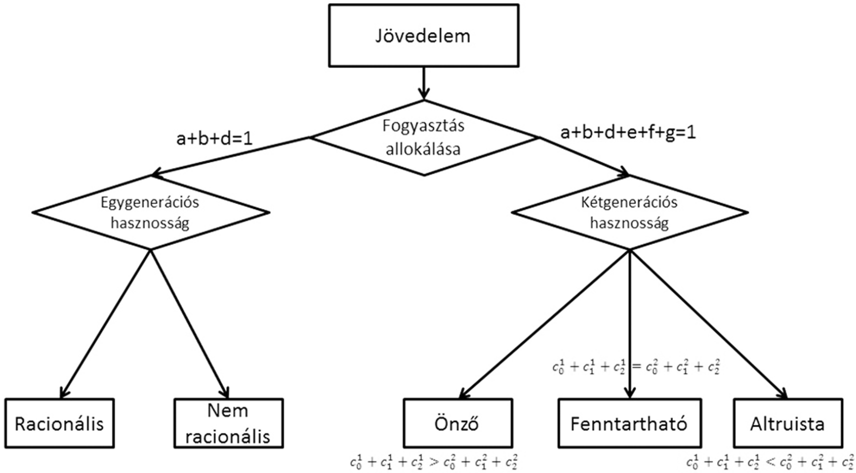
$$\begin{aligned} &= \frac{e\,(\gamma_1(1+n_2)-(1-\tau_2-\gamma_2)-\tau_3(1+n_3))}{e+f+g} + \\ &+ \frac{f\,(\gamma_1(1+n_2)-(1-\tau_2-\gamma_2)-\tau_3(1+n_3))}{e+f+g} + \\ &+ \frac{g\,(\gamma_1(1+n_2)-(1-\tau_2-\gamma_2)-\tau_3(1+n_3))}{e+f+g} \end{aligned} \tag{10.1}$$

Összevonva megkapjuk:

$$(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1 + n_2)) = (\gamma_1(1 + n_2) - (1 - \tau_2 - \gamma_2) - \tau_3(1 + n_3) \tag{10.2}$$

Láthatjuk, hogy kiestek a hatványkitevők, vagyis a matematikai formában is jól látható, hogy a felosztó-kirovó rendszerre alkalmazott modellben a generációk nem tudják szabadon megválasztani a fogyasztás mennyiségét, hiszen azt az állam által kirótt elvonás szabja meg.

A következő ábrán összefoglalom az eddig modellezett lehetséges viselkedési mintákat:



3. ábra: Viselkedési minták hasznosságoktól függően

6. Modell értékelése

Az eddigiekben a generációk aggregált hasznossági függvényeiről beszéltünk. Az értékelésben viszont fontos szétválasztani az aggregált és az egyéni hasznosságokat. A következőkben lehetséges folyamatokat vizsgálunk meg, amely ha elindulnak, egyének szintjén begyűrűzhet és uralkodó, aggregált társadalmi hasznossággá válhat, és ezzel megingathatja a modellek stabilitását.

6.1. Tőkésített rendszer

A tőkésített rendszernél vegyük elő a klasszikus kereslet-kínálati rendszert. Az aktív dolgozók megjelennek a piacon a megtakarításaikkal, amelyeket hiteleznének (kínálat), a fiatal nem dolgozó generáció pedig hitelt venne fel (kereslet). A keresletre és a kínálatra pedig hatással vannak a generációk hasznossági görbéi, valamint a népességváltozás. Hosszú távú egyensúly akkor fog kialakulni, ha a generációk a hasznosságukat a következő generáció fogyasztásához is alakítják. Ez nem probléma addig, amíg a népesség növekszik vagy stagnál, hiszen az első generáció általában csak a saját életére nézve racionális döntést hoz meg. Viszont ha a népesség csökken, az első generációnak altruista viselkedési mintát kellene követnie, hogy az egyensúly fennálljon. Az altruista viselkedés viszont nem racionális a saját életére nézve. Ha nem fog altruistán viselkedni, a kínálat nem fog változni a keresletlhez hasonlóan. Ha ragaszkodunk ahhoz a feltevéshez, hogy a következő generáció mindig kifizeti a hitelt teljes mértékben, akkor az önző viselkedése a hitelező generációnak a következő generáció fogyasztását érinti károsan. A másik lehetőség, hogy nem fizetik meg a hitelt teljesen, ekkor elmozdulunk az egyensúlyból, és a kérdés az lesz, a károsult nyugdíjasokat nem számítva, hogy az a generáció, amely nem fizette vissza a hitelt, milyen torzulást vált ki az elkövetkezendő generációk és saját hasznossági függvényében.

Játékelméleti szempontból a hitel megfizetését, illetve a hitel nagyságát jellemezni lehet egy véges hosszúságú játékkal. Az első generáció stratégiája a választott hasznosságtól függ, míg a második generáció választhat, hogy a hitelt elfogadja-e teljes mértékben vagy nem, vagyis a generációk kooperálhatnak, de ez nem kötelező. A klasszikus racionalitás értelmében és a véges játék hosszúsága miatt idézzük fel Selten tételét: „Ha véges ismétlődéses játék alapjátékának van egyértelmű egyensúlya, akkor ez az egyensúly a játék megoldása minden periódusban" (Mészáros 2005. 80). Ha a népesség nő, akkor az egyensúly Pareto-hatékony, hiszen mind a két generáció racionálisan viselkedik és egyik fél sem károsul, viszont ha a népesség csökken, akkor az egyensúly nem lesz Pareto-hatékony a Nash egyensúlyban. Ha az első generáció viszont tud altruistán viselkedni, létrejöhet a hálózati bizalom és a kockázatközösség intézménye, aminek mindenféleképpen pozitív hatása van a gazdaságra (Hámori 1998. 63–64). Láthatjuk, hogy a tőkésített modellben bizalomnövekedés tapasztalható, amikor a generációk a hasznosságukat a következő generációra is kezdik kiterjeszteni, és bizalomcsökkenést láthatunk, amikor egyre jobban csak a saját fogyasztását veszi figyelembe. Putnam a bizalmat az arra vonatkozó megalapozott várakozásként definiálja: „a többiek helyesen cselekszenek, még akkor is, ha az ösztönzők és korlátok nem ebben az irányban mozgatják őket. A bizalom gépezete (fabrics of trust) lehetővé teszi a civil társadalmaknak, hogy jobban megbirkózzon azzal a jelenséggel, amit a közgazdászok potyázásnak (free riding) neveznek. Opportunizmus esetén a megosztott érdekek nem érvényesülnek, mert minden egyes individuum – tökéletes elszigeteltségben cselekedve – arra van ösztönözve, hogy kihúzza magát a kollektív akcióból" (Hámori 1998. 64).

6.2. Felosztó-kirovó rendszer

A felosztó- kirovó modell egy kötelező befizetéseken alapuló, nem versenyre épülő modell. Tegyük fel, hogy az állam tökéletesen tölti be a szerepét, és a járulékkulcsokat úgy határozza meg, hogy fenntartható lesz a nyugdíjrendszer. A rendszer újraelosztó tulajdonsága miatt – és mivel nem versenyre épül – kialakulhat az irigység intézményrendszere. „Ha az irigység jelentős, a gazdasági növekedés nem vonzó, mert mérsékli a jólétet, pontosabban az irigyek szubjektív »jól létét«". Ez az, amit Schoeck [1966] a fejlődő országok irigység-korlátjának nevezett" (Hámori 1998. 50–51). Minden társadalomban van olyan polgár, akinek hirtelen jobban kezd menni, és irigységet vált ki a többi emberből. A decentralizált társadalmakban az irigy ember nem horgonyoz le a gyűlöletnél, és viselkedése nem csap át rosszakaratba, mert tudja, hogy még neki magának vagy legalábbis gyermekeinek is lesznek újabb esélyeik. Ezzel ellentétben a centralizáltabb társadalmakban pont ezért csaphat át az irigység könnyedén esztelen gyűlöletbe, mert a polgárnak nincsen kitörési lehetősége. Az irigység és féltékenység pedig, miután esztelen gyűlöletbe csapott át, és mind a két fél vesztes lesz, kialakul a káröröm és rosszakarat. „A szociális jövedelem az egyénen túlra kiterjesztett jövedelem. Az egyén saját – érdekeltségi – körében bizonyos esetekben hajlandó az egyéni jövedelméből is áldozni, hogy az e körbe tartozó személyek iránti preferenciáit érvényesítse." Ez esetben a cselekvő rosszakaratáról beszélhetünk. Ekkor létrejön az interdependencia, ami ebben az esetben negatív (Hámori 1998 40). Láthatjuk, hogy az emberek hasznosságai semmiféleképpen nem befolyásolják a fogyasztások nagyságát a különböző periódusokban, mégis a centralizált rendszer miatt az emberek preferenciái eltorzulhatnak. A preferenciák ilyenfajta torzulása a gazdaság egészét fenyegetheti.

Összefoglalás

A dolgozat az együtt élő nemzedékek modellcsaládját használja fel a nyugdíjrendszerek vizsgálatára. A dolgozat elején felállítottuk az OLG rendszer alappilléreit, majd ezután megvizsgáltunk egy tőkésített és egy felosztó-kirovó nyugdíjrendszer logikai felépítését. Miután a fogyasztások és a megtakarítások matematikai vázát megadtuk, lehetőség nyílt arra, hogy két Cobb-Dougles típusú hasznossági függvényt írjunk fel az egyének viselkedéseinek vizsgálatára. Egygenerációs hasznosságnak neveztük el azt a hasznossági függvényt, amelyben az egyén csupán saját fogyasztását próbálja meg maximalizálni. Ebben a helyzetben az egyének viselkedése lehet racionális és nem racionális. A másik hasznossági függvénytípust kétgenerációsnak neveztük, amelyben változóként megjelenik a saját és a következő generáció fogyasztása. Ez a matematikailag szépen értelmezhető megközelítés a valóságban a szülő-gyermek kapcsolatot hivatott ábrázolni. A kétgenerációs hasznosságnál három viselkedési mintát tudtunk elkülöníteni: az önzőt, amelynél az egyén saját fogyasztását többre értékeli, mint a következő generációjáét, a fenntarthatót, amelynél a kettőt ugyan annyira értékeli és végül az altruistát, amelynél a következő generáció fogyasztása nagyobb hangsúlyt kap, mint a sajátja.

A dolgozatban megépített elméleti modell alkalmazását a II. részben szeretnénk bemutatni, amely a *Közgazdász Fórum* áprilisi számában jelenik meg.

Irodalomjegyzék

Airely Dan 2008. *Predictably Irrational.* New York: HarperCollins Publishers.

Airely Dan 2009. The End of Rational Economics. *Harvard Business Review* 2009. july-august, 78-84. o.

Diamond Peter 1965. National Debt in a Neoclassical. *American Economic Review 55*. 1126–50.

Hámori Balázs 1998. *Érzelemgazdaságtan*. Budapest, Kossuth Kiadó.

Mészáros József 2005. *Játékelmélet.* Budapest, Gondolat Kiadó.

Putnam, R. D. 1993. *Making democracy work*. Princeton University Press – Hivatkozza: Hámori Balázs 1998.

Szlávik János 2007. *Környezetgazdaságtan.* Typotex kiadó, Budapest.

Varian H. R. 2005. *Mikroökonómia középfokon.* Budapest, Akadémia Kiadó.

Veress József (szerk.) 2007. A Gazdaságpolitika nagy elosztórendszerei. Typotex kiadó, Budapest.

Függelék

A különböző nyugdíjrendszerekben a generációk hasznosságának maximumát a Lagrange multiplikátor felhasználásával kerestem meg. Ekkor a változók számától függően a parciális deriválás miatt különböző egyenletekhez juthatunk, amelyeket megoldva, megkapjuk a maximumot. Sajnos a levezetés menete meghaladja a lehetséges terjedelmet, így csak a hasznossági függvényeket írjuk fel Lagrange multiplikátorral, illetve a belőle következő egyenletrendszer megoldását.

A. Tőkésített modell egygenerációs hasznossággal

Hasznossági függvény Lagrange multiplikátorral:

$$Y\left(c_0^{1}, c_1^{1}, c_2^{1}, \lambda\right) = {c_0^{1}}^{a}\,{c_1^{1}}^{b}\,{c_2^{1}}^{d} + \lambda\left(c_0^{1} + c_1^{1} + c_2^{1} - w\right)$$

Ebből a parciális deriváltak szerinti három egyenlet lesz, amelyeknek a megoldása:

$$w = c_0^{1}\,\frac{a+b+d}{a} = c_1^{1}\,\frac{a+b+d}{b} = c_2^{1}\,\frac{a+b+d}{d} \qquad (1.10)$$

B. Felosztó-kirovó modell egygenerációs hasznossággal

Hasznossági függvény Lagrange multiplikátorral:

$$Y\,(c_0^{\,1}, c_1^{\,1}, c_2^{\,1}, \lambda) = {c_0^{\,1}}^{a}\, {c_1^{\,1}}^{b}\, {c_2^{\,1}}^{d} + \lambda(c_0^{\,1} + c_1^{\,1} + c_2^{\,1} -$$

$$- w(\gamma_0 + (1 - \tau_1 - \gamma_1) + \tau_2(1 + n_2))$$

Megoldás:

$$w = c_0^{\,1}\,\frac{a + b + d}{a\,(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1 + n_2))} =$$

$$= c_1^{\,1}\,\frac{a + b + d}{b\,(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1 + n_2))}$$

$$= c_2^{\,1}\,\frac{a + b + d}{d\,(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1 + n_2))} \qquad (2.11)$$

Ez az egyenletrendszer lesz a feltétele a hasznosság maximalizálásának a felosztó-kirovó rendszerben.

C. Tőkésítési modell kétgenerációs hasznossággal:

Hasznossági függvény Lagrange multiplikátorral:

$$Y\,(c_0^{\,1}, c_1^{\,1}, c_2^{\,1}, c_0^{\,2}, c_1^{\,2}, c_2^{\,2}, \lambda, \delta) = {c_0^{\,1}}^{a}\, {c_1^{\,1}}^{b}\, {c_2^{\,1}}^{d}\, {c_0^{\,2}}^{e}\, {c_1^{\,2}}^{f}\, {c_2^{\,2}}^{g} \; +$$

$$+ \lambda\,(c_0^{\,1} + c_1^{\,1} + c_2^{\,1} - w) + \delta(\,c_0^{\,2}\,(1 + n_1) + c_1^{\,2} + c_2^{\,2} - w)$$

Az egyenletrendszer megoldása:

$$w = c_0^{\,1}\,\frac{a + b + d}{a} = c_1^{\,1}\,\frac{a + b + d}{b} = c_2^{\,1}\,\frac{a + b + d}{d} =$$

$$= c_0^{\,2}\,\frac{e + f(1 + n_2)^2 + g(1 + n_2)^2}{e\,(1 + n_2)^2} = c_1^{\,2}\,\frac{e + f(1 + n_2)^2 + g(1 + n_2)^2}{f\,(1 + n_2)^2} =$$

$$= c_2^{\,2}\,\frac{e + f(1 + n_2)^2 + g(1 + n_2)^2}{g\,(1 + n_2)^2} \qquad (3.3)$$

D, Felosztó-kirovó modell kétgenerációs hasznossággal:
Hasznossági függvény Lagrange multiplikátorral:

$$Y\,(c_0^{\,1}, c_1^{\,1}, c_2^{\,1}, c_0^{\,2}, c_1^{\,2}, c_2^{\,2}, \lambda, \delta) = {c_0^{\,1}}^{a}\,{c_1^{\,1}}^{b}\,{c_2^{\,1}}^{d}\,{c_0^{\,2}}^{e}\,{c_1^{\,2}}^{f}\,{c_2^{\,2}}^{g} +$$

$$+\lambda\,(c_0^{\,1} + c_1^{\,1} + c_2^{\,1} - w(\gamma_0 + (1 - \tau_1 - \gamma_1) + \tau_2\,(1 + n_2))) + \delta(c_0^{\,2} + c_1^{\,2} + c_2^{\,2} -$$

$$- w(\gamma_1(1 + n_2) - (1 - \tau_2 - \gamma_2) - \tau_3(1 + n_3)))$$

Maximum teljesül, ha:

$$w = c_0^{\,1}\,\frac{a + b + d}{a\,(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1 + n_2))} =$$

$$= c_1^{\,1}\,\frac{a + b + d}{b\,(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1 + n_2))} =$$

$$= c_2^{\,1}\,\frac{a + b + d}{d\,(\gamma_0 + 1 - \tau_1 - \gamma_1 + \tau_2(1 + n_2))} =$$

$$= c_0^{\,2}\,\frac{e + f + g}{e\,(\gamma_1\,(1 + n_2) - (1 - \tau_2 - \gamma_2) - \tau_3(1 + n_3))} = \qquad (4.3)$$

$$= c_1^{\,2}\,\frac{e + f + g}{f\,(\gamma_1\,(1 + n_2) - (1 - \tau_2 - \gamma_2) - \tau_3(1 + n_3))} =$$

$$= c_2^{\,2}\,\frac{e + f + g}{g\,(\gamma_1\,(1 + n_2) - (1 - \tau_2 - \gamma_2) - \tau_3(1 + n_3))}$$