Cluj-Napoca, 10 Ianuarie 2024

CONCURSUL OECONOMICUS NAPOCENSIS
Secţiunea III Matematică I
Disciplina Matematică – limba germană

DIE THEMATIK

1. **Mathematik 9. Klasse**
   - 1.1. Mathematische Induktion
   - 1.2. Arithmetische und geometrische Folgen
   - 1.3. Lineare und quadratische Funktionen
   - 1.4. Vektoren in der Ebene
   - 1.5. Trigonometrie und ihre Anwendung in Geometrie

2. **Mathematik 10. Klasse**
   - 2.1. Reelle Zahlen; Komplexe Zahlen
   - 2.2. Potenz- und Wurzelfunktionen, Exponentielle und logarithmische Funktionen; Trigonometrische Funktionen
   - 2.3. Gleichungen mit Wurzeln 2. und 3. Ordnung; Exponentielle und logarithmische Gleichungen
   - 2.4. Elemente der Finanzmathematik
   - 2.5. Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung
   - 2.6. Zählenmethoden: Permutationen, Variationen, Kombinationen
   - 2.7. Analytische Geometrie: die Geradengleichungen in der Ebene; Distanzen und Flächen in der Ebene; die Parallelität zweier Geraden in der Ebene; die Rechtwinkligkeit zweier Geraden in der Ebene

3. **Mathematik 11. Klasse**
   - 3.1. Elemente der Algebra: Matrizen; Determinanten; lineare Gleichungssysteme
   - 3.2. Elemente der Analysis: Grenzwerte für Funktionen; stetige Funktionen; ableitbare Funktionen; Untersuchung von Funktionen mithilfe von Ableitungen

BIBLIOGRAFIE

Die Mathematik Lehrbücher für die 9.-11. Klassen

MUSTERKLAUSUR

Teil I: Multiple-Choice Fragen

Teil	Punktzahl	Nr.	A	B	C	D
I	0.7	1				
	0.7	2				
	0.7	3				
	0.7	4				
	0.7	5				
	0.7	6				
	0.7	7				
	0.7	8				

Teile II und III: Offene Fragen

Teil	Punktzahl		Nr.	Antwort
II (0.7 x 2 = 1.4)	0.7	0.5	1(a)	
		0.2	1(b)	
	0.7	0.5	2(a)	
		0.2	2(b)	
III (0.6 x 5 = 3)	0.6	0.4	1(a)	
		0.2	1(b)	
	0.6	0.4	2(a)	
		0.2	2(b)	
	0.6	0.4	3(a)	
		0.2	3(b)	
	0.6	0.4	4(a)	
		0.2	4(b)	
	0.6	0.6	5	

I. Wähle die richtige Antwort aus. Jedes Problem hat eine einzige richtige Antwort, die mit 0.7 Punkten bewertet wird.

(1) Löse die Gleichung: $x^2 - 22x + 85 = 0$.

Antwort: A. $x \in \{1,7\}$ B. $x \in \emptyset$ C. $x \in \{5,17\}$ D. $x \in \{10\}$

(2) Der Grenzwert $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{\pi}{e}\right)^x$ ist gleich mit:

Antwort: A. π B. e C. 0 D. ∞

(3) Rechne $f'(1)$ wenn $f(x) = -x^3 + 5x - 7$.

Antwort: A. -5 B. -2 C. 2 D. 5

(4) In 100 g Müsli gibt es 1,79 mg Vitamin B2, also 76% des täglichen Bedarfs. Doru hat zum Frühstück eine 35g Portion Müsli. Wie viel Prozent des täglichen Bedarfs an Vitamin B2 sind in dieser Portion enthalten?

Antwort: A. 76% B. 62.65% C. 35% D. 26.6%

(5) In Turda wurde die BAC-Simulation in Mathematik organisiert. Jeder Schüler erhielt einen 6-Ziffern Zahlencode, der genau eine der Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6 in einer bestimmten Reihenfolge enthielt. Wie viele Schüler haben den Test gemacht, wenn alle wählbaren Zahlencodes vergeben wurden?

Antwort: A. 24 B. 120 C. 720 D. 1440

(6) In einer Prüfung können die Studierenden folgende Noten erhalten: nicht ausreichend, ausreichend, gut, sehr gut. Ein Viertel der Schüler einer Klasse erhielten „sehr gut“ und ein Drittel „gut“. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein beliebiger Schüler „nicht ausreichend“ oder „ausreichend“ erworben hat?

Antwort: A. $\frac{7}{12}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

(7) Bestimme den minimalen Wert der Funktion $f: R \to R,\ f(x) = 4x^2 - 8x + 1$.

Antwort: A. -3 B. $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

(8) Bestimme $a \in R$ so dass die Punkte A(1; a), B(4; 1) und C(-1;-4) kollinear sind.

Antwort: A. -3; B. -2; C. 2; D. 3.

II. Fülle mit der richtigen Antwort aus. Jede richtige Antwort wird mit 0.7 Punkten bewertet.

(1) Seien die Matrizen $A(m) = \begin{pmatrix} 1-4m & -2m \\ 10m & 1+5m \end{pmatrix}$, wobei m eine reelle Zahl ist.

(a)(0.5p) Rechne $A(m) \cdot A(-1)$.
(b)(0.2p) Rechne $A(-5) \cdot A(-4) \cdot \ldots \cdot A(4) \cdot A(5)$.

(2) Sei $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, wobei a, b, c, d natürliche Zahlen sind. Bestimme die Anzahl der Matrizen dieser Form, die:

(a)(0.5p) die Summe aller Elemente gleich 1 haben.
(b)(0.2p) die Summe aller Elemente gleich 2 haben.

III. Fülle mit der richtigen Antwort aus. Jede richtige Antwort wird mit 0.6 Punkten bewertet.

(1) Sei das System $\begin{cases} x + my + 2z = 1 \\ x + (2m-1)y + 3z = 1 \\ x + my + (m-3)z = 2m-1 \end{cases}$, $m \in R$.

(a) (0.4p) Rechne die Determinante des Systems.
(b) (0.2p) Bestimme $m \in R$, so dass das System eine eindeutige Lösung hat.

(2) Sei die Funktion $f: R \to R,\ f(x) = \frac{x}{x^2-4}$.

(a) (0.4p) Rechne $f'(x)$.
(b) (0.2p) Rechne $\lim_{x \to 2} -\frac{f'(x) \cdot (2x^2-9x+10)^2}{x^2+4}$.

(3)

(a) (0.4p) Bestimme den Anstieg der Gerade, die senkrecht zu der Gerade $2y = x - 1$ ist.
(b) (0.2p) Bestimme die Gleichung der Tangente am Graph der Funktion $f: R \to R,\ f(x) = x^2 - 2x$, die senkrecht zur Gerade $2y = x - 1$ ist.

(4) Sei $f: R \setminus \{-1\} \to R,\ f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

(a) (0.4 p) Bestimme die Intervalle, auf welche f streng monoton steigend ist.
(b) (0.2 p) Bestimme $a \in R$ so dass $f(x) \leq a$ für jedwelche reelle Zahl $x < -1$.

(5) Sonia kauft zwei Kleider, das erste mit 9% Rabatt, das zweite mit 19% Rabatt. Ursprünglich kostete das erste Kleid dreimal mehr als das zweite. Wie viel Prozent aus dem ursprünglichen Gesamtpreis zahlt Sonia?