Cluj Napoca, la 10 Ianuarie 2024

OECONOMICUS NAPOCENSIS VERSENY
V. szekció
Tantárgy: Matematika I M

TEMATIKA

1. Matematika: IX. osztály

1.1. Matematikai indukció
1.2. Számtani és mértani sorozatok
1.3. I és II fokú függvények
1.4. Vektorok a síkban
1.5. Trigonometria alkalmazása a geometriában

2. Matematika: X. osztály

2.1. Valós számok; komplex számok
2.2. Hatványfüggvények, gyökfüggvények, exponenciális és logaritmus függvények. Trigonometrikus függvények
2.3. Négyzetgyököt, illetve köbgyököt tartalmazó irracionális egyenletek. Exponenciális és logaritmikus egyenletek
2.4. Elemi pénzügyi matematikai ismeretek
2.5. Valószínűségszámítási alapismeretek
2.6. Permutációk, variációk, kombinációk
2.7. Analitikus mértan: egyenes egyenlete a síkban; távolság- és területszámítás a síkban; két egyenes párhuzamosságának feltétele a síkban; két egyenes merőlegességének feltétele a síkban

3. Matematika: XI. osztály

3.1 Algebra: mátrixok; determinánsok; lineáris egyenletrendszerek
3.2 Analízis: függvények határértéke; folytonos függvények; deriválható függvények; függvények tanulmányozása deriváltak segítségével

SZAKIRODALOM

A IX-XI.-es matematika tankönyvek.

MINTATÉTEL

I: Tesztkérdések (a helyes választ jelöljük „x”-szel)

Tétel	pont	Ssz.	A	B	C	D
I	0.7	1				
	0.7	2				
	0.7	3				
	0.7	4				
	0.7	5				
	0.7	6				
	0.7	7				
	0.7	8				

II és III: Nyitott kérdések (a helyes választ a megfelelő helyre kell beírni)

Tétel	pont		Ssz	VÁLASZ
II (0.7 x 2 = 1.4)	0.7	0.5	1(a)	
		0.2	1(b)	
	0.7	0.5	2(a)	
		0.2	2(b)	
III (0.6 x 5 = 3)	0.6	0.4	1(a)	
		0.2	1(b)	
	0.6	0.4	2(a)	
		0.2	2(b)	
	0.6	0.4	3(a)	
		0.2	3(b)	
	0.6	0.4	4(a)	
		0.2	4(b)	
	0.6	0.6	5	

I. Írjuk be a helyes választ a megfelelő helyre. Minden feladat 0.7 pontot és és csak egy helyes válasz létezik.

(1) Oldjuk meg a következő egyenletet: $x^2 - 22x + 85 = 0$

Válasz: A. $x \in \{1,7\}$ B. $x \in \emptyset$ C. $x \in \{5,17\}$ D. $x \in \{10\}$

(2) Határozzuk meg a következő határértéket: $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{\pi}{e}\right)^x$ este

Válasz: A. π B. e C. 0 D. ∞

(3) Számítsuk ki $f'(1)$ értékét, ha $f(x) = -x^3 + 5x - 7$.

Válasz: A. -5 B. -2 C. 2 D. 5

(4) 100 g zabpehelyben 1.79 mg B2 vitamin van, ami a napi ajánlott mennyiség 76%-ka. Huba 35 g zabpelyhet reggelizett. A B2 vitamin napi ajánlott mennyiségének hány százalékát tartalmazta Huba reggelije?

Válasz: A. 76% B. 62.65% C. 35% D. 26.6%

(5) Tordán megrendezték a próbaérettségit matematikából. Minden tanuló egy kódszámot kapott, amely az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből mindegyiket pontosan egyszer tartalmazta valamilyen sorrendben. Hány tanuló írta meg a próbaérettségit, ha az összes képezhető kódszámot kiosztották?

Válasz: A. 24 B. 120 C. 720 D. 1440

(6) Egy vizsgán a lehetséges osztályzatok: elégtelen, elégséges, közepes, jó. Egy osztályból a diákok negyede jó, míg egyharmada közepes minősítést kapott. Véletlenszerűen kiválasztva az osztályból egy diákot mennyi annak a valószínűsége, hogy a diák elégtelen vagy elégséges osztályzatot kapott?

Válasz: A. $\frac{7}{12}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

(7) Határozzuk meg a következő függvény minimumát: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 4x^2 - 8x + 1$.

Válasz: A. -3 B. $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

(8) Határozzuk meg az $a \in R$ azon értékét, melyre A(1; a), B(4; 1) és C(-1;-4) kollineáris pontok.

Válasz: A. -3; B. -2; C. 2; D. 3.

II. Írjuk be a helyes választ a megfelelő helyre. Minden feladat 0.7 pontot ér.

(1) Minden valós m paraméter esetén adott a következő mátrix $A(m) = \begin{pmatrix} 1-4m & -2m \\ 10m & 1+5m \end{pmatrix}$.

(a) (0.5p) Számítsuk ki: $A(m)\cdot A(-1)$.
(b) (0.2p) Határozzuk meg: $A(-5)\cdot A(-4) \dots \cdot A(4)\cdot A(5)$.

(2) Adott az $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mátrix, ahol $a, b. c. d \in \mathbb{N}$. Határozzuk meg azon mátrixok számát, melyekre

(a) (0.5p) az elemek összege 1.
(b) (0.2p) az elemek összege 2.

III. Írjuk be a helyes választ a kijelölt helyre. Minden feladat 0.6 pontot ér.

(1) Adott az alábbi egyenletrendszer $\begin{cases} x + my + 2z = 1 \\ x + (2m-1)y + 3z = 1 \\ x + my + (m-3)z = 2m-1 \end{cases}$, $m \in \mathbb{R}$.

(a) (0.4p) Határozzuk meg a rendszer mátrixának determinánsát.
(b) (0.2p) Határozzuk meg az $m \in \mathbb{R}$ paraméter értékét úgy, hogy az egyenletrendszernek egyetlen megoldása legyen.

(2) Legyen $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$.

(a) (0.4p) Határozzuk meg: $f'(x)$.
(b) (0.2p) Számítsuk ki $\lim\limits_{x\to 2} - \frac{f'(x)\cdot(2x^2-9x+10)^2}{x^2+4}$.

(3)
(a) (0.4p) Határozzuk meg annak az egyenesnek az iránytényezőjét, mely merőleges a $2y = x - 1$ egyenletű egyenesre.

(b) (0.2p) Határozzuk meg az $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x$ függvény azon érintőjének egyenletét, mely merőleges a $2y = x - 1$ egyenletű egyenesre.

(4) Legyen $f:\mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

(a) (0.4 p) Határozzuk meg azon intervallumokat, ahol az f függvény monoton csökkenő.
(b) (0.2 p) Határozzuk meg az $a \in \mathbb{R}$ értékét úgy, hogy $f(x) \leq a$ bármely $x < -1$ értékre.

(5) Anna két ruhát vásárol. Az elsőt 9%, míg a másodikat 19% kedvezménnyel. Eredetileg az első ruha háromszor annyiba kerül, mint a második. A teljes eredeti összeg hány százalékát fizette Anna?